|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 10주차 선형시스템 보고서 | | |
| 제출일 : 2024년 05월 05일 | | 작성자 : 이준용 |
| 구분 | 내용 | |
| 학습 범위와 내용 | 10주차 온라인 강의 내용 | |
| 정리 내용 | **6.1 EULER’S METHOD**  오일러의 방법은 초기 조건이 주어진 상태에서 상미분 방정식(ODE)을 해결하는 데 사용되는 수치적 기법입니다.  오일러의 방법의 기본 개념은 각 지점에서 접선을 따라 작은 단계를 밟아 ODE의 근사 해를 구하는 것입니다.  초기 시간 *t*0​에서 종속 변수 *y*의 초기 값 *y*0​을 시작합니다.   1. 작은 단계 크기 *h*를 선택합니다. 2. 초기 지점 (*t*0​,*y*0​)에서 접선의 기울기를 찾습니다. 3. 이 기울기를 사용하여 다음 시간 단계 *t*1​=*t*0​+*h*에서 *y*의 값을 추정합니다. 4. 각 시간 단계에서 *y*의 근사치를 찾기 위해 단계 3과 4를 반복합니다.   수학적으로 오일러의 방법은 다음과 같이 표현됩니다.    여기서:   * *yn*​은 *tn*​에서 *y*의 근사치입니다. * *tn*​은 현재 시간입니다. * *f*(*t*,*y*)는 주어진 ODE에 따른 *y*의 t에 대한 미분계수입니다. * ℎ*h*는 연속적인 시간 점 사이의 간격을 나타내는 단계 크기입니다.   빠르게 변하는 행동이나 긴장된 방정식을 가진 ODE의 경우 정확한 결과를 제공하지 않을 수 있으며, 이러한 경우 런게-쿠타 방법과 같은 더 정교한 수치 방법이 선호됩니다.  **6.2 HEUN’S METHOD: TRAPEZOIDAL METHOD**  헤운의 방법, 또는 사다리꼴 방법으로 알려진 것은 초기 조건이 주어진 상태에서 상미분 방정식(ODE)의 해를 근사하는 데 사용되는 다른 수치 기법입니다. 이 방법은 오일러의 방법보다 개선된 방법으로, 더 나은 근사치를 제공하기 위해 간격 내의 평균 기울기를 고려합니다.  헤운의 방법이 어떻게 작동하는지 간단히 설명하면 다음과 같습니다.   1. 초기 시간 *t*0​에서 종속 변수 *y*의 초기 값 *y*0​을 시작합니다. 2. 작은 단계 크기 ℎ*h*를 선택합니다. 3. ODE를 사용하여 초기 지점 (*t*0​,*y*0​)에서 기울기를 추정합니다. 4. 이 기울기를 사용하여 다음 시간 단계 *t*1​=*t*0​+*h*에서 *y*의 값을 예측합니다. 이때, 오일러의 방법을 사용하여 예측합니다: *y*Euler​=*y*0​+*h*⋅*f*(*t*0​,*y*0​). 5. *t*1​에서 *y*의 예측 값을 사용하여 기울기를 추정합니다. 6. *t*0​과 *t*1​에서의 기울기를 평균 내고, 이 평균 기울기를 사용하여 예측된 값과 *t*1​에서의 실제 값의 가중 평균을 계산합니다. 7. 각 시간 단계에서 연속적인 근사치를 찾기 위해 단계 3에서 6을 반복합니다.   수학적으로, 헤운의 방법은 다음과 같이 표현됩니다.    여기서:   * *yn*​은 *tn*​에서 *y*의 근사치입니다. * *tn*​은 현재 시간입니다. * *f*(*t*,*y*)는 주어진 ODE에 대한 *y*의 t에 대한 미분계수입니다. * *h*는 연속적인 시간 점 사이의 간격을 나타내는 단계 크기입니다. * Euler​은 다음 시간 단계에서 오일러의 방법에 의해 예측된 *y*의 값입니다.   헤운의 방법은 간격 내의 평균 기울기를 고려하기 때문에 오일러의 방법보다 더 정확한 결과를 제공합니다. 그러나 빠른 ODE의 경우 런게-쿠타 방법과 같은 더 고급 방법만큼 정확하지 않을 수 있습니다.  **6.3 RUNGE–KUTTA METHOD**  룽게-쿠타 방법은 초기값 문제를 가진 상미분방정식을 푸는 수치해석 기법 중 하나입니다. 이 방법은 헤운의 방법과 같이 근사치를 개선하는 방법 중 하나로 널리 사용됩니다.  룽게-쿠타 방법의 핵심 아이디어는 여러 점에서의 기울기를 평균하여 더 나은 예측을 하는 것입니다. 이 방법은 여러 단계에서 현재 위치에서의 기울기를 계산하고, 이러한 기울기들을 가중 평균하여 다음 위치에서의 근사치를 계산합니다.  가장 많이 사용되는 룽게-쿠타 방법은 4차 룽게-쿠타 방법입니다. 이 방법은 상대적으로 높은 정확도와 계산 효율성을 제공하여 널리 사용됩니다.    이 방법의 기본 아이디어를 간단히 설명하면 다음과 같습니다:   1. 시작값 *y*0​을 초기값으로 설정합니다. 2. 작은 시간 간격 *h*를 선택합니다. 3. 현재 위치에서의 기울기를 계산합니다. 4. 현재 위치에서의 기울기를 사용하여 다음 위치에서의 근사치를 예측합니다. 5. 다음 위치에서의 기울기를 계산합니다. 6. 이전 위치에서의 기울기와 다음 위치에서의 기울기를 가중 평균하여 더 나은 예측을 합니다. 7. 이 단계를 반복하여 각 시간 단계에서의 근사치를 찾습니다.   룽게-쿠타 방법은 오일러 및 헤운의 방법보다 더 정확한 결과를 제공하며, 특히 미분방정식의 해가 빠르게 변하는 경우에 유용합니다. 이 방법은 과학 및 공학 분야에서 다양한 응용에 사용되며, 수치해석에서 중요한 역할을 합니다.  **6.4 PREDICTOR–CORRECTOR METHOD**  **6.4.1 Adams–Bashforth–Moulton Method**  **6.4.2 Hamming Method**  **6.4.3 Comparison of Methods**  Predictor-corrector method은 상미분방정식의 초기값 문제를 해결하는 수치해석 기법으로, Adams-Bashforth-Moulton 방법과 함밍 방법을 포함합니다. 이러한 방법들은 초기 예측 단계를 통해 다음 위치에서의 값을 예측하고, 수정 단계에서 현재 위치에서의 예상 값과 실제 값을 비교하여 보정합니다. 이를 통해 보다 정확한 근사치를 얻을 수 있습니다.  Adams-Bashforth-Moulton 방법은 Adams-Bashforth 예측자와 Adams-Moulton 수정자를 결합한 방법으로, 이전 단계의 정보를 사용하여 예측과 수정을 수행합니다.  Adams-Bashforth-Moulton 방법은 다음과 같은 단계로 진행됩니다:   1. 초기값 *y*0​,*y*1​,…,*yn*−1​을 설정합니다. 2. 시간 간격 *h*를 선택합니다. 3. Adams-Bashforth 예측 단계: 현재 위치에서의 기울기를 예측하여 다음 위치에서의 예상 값을 계산합니다. 4. Adams-Moulton 수정 단계: Adams-Bashforth 예상 값과 현재 위치에서의 기울기를 사용하여 더 나은 예측 값을 얻습니다. 5. 다음 위치에서의 예측 값을 사용하여 다시 예측자-수정자 단계를 반복합니다.   함밍 방법은 예측자-수정자 방법의 한 종류로서, 예측과 수정을 위해 중앙 차분법을 사용합니다. 이 방법은 예측 단계에서 중앙 차분을 사용하여 다음 위치에서의 값을 예측하고, 수정 단계에서 이 예측 값을 기반으로 현재 위치에서의 값을 보정합니다.  비교적으로 간단한 미분방정식의 경우에는, 오일러 방법과 같은 단순한 방법이 수렴 속도와 정확도 면에서 충분할 수 있습니다. 그러나 복잡한 미분방정식이나 빠르게 변하는 문제를 다룰 때는 더 정교한 방법이 필요합니다.  **6.5 VECTOR DIFFERENTIAL EQUATIONS**  **6.5.1 State Equation**    벡터 미분방정식은 벡터값 함수에 대한 미분방정식으로, 한 개 이상의 벡터 변수를 포함합니다. 상태 방정식은 벡터 미분방정식의 중요한 예시 중 하나입니다.  상태 방정식은 시간에 따라 변하는 시스템의 상태를 나타내는 데 사용됩니다. 이 방정식은 주어진 초기 상태와 입력에 따라 시스템의 미래 상태를 예측하는 데 사용됩니다. 상태 방정식은 보통 다음과 같이 표현됩니다.  여기서:   * **x**는 시스템의 상태 벡터입니다. 시스템의 각 상태 변수를 포함하는 벡터입니다. * *t*는 시간입니다. * **f**(**x**,*t*)는 상태 벡터 **x**와 시간 *t*에서의 함수로서, 시스템의 상태가 어떻게 변하는지를 나타냅니다.   **6.5.2 Discretization of LTI State Equation**  LTI(LTI: Linear Time-Invariant) 상태 방정식의 이산화(discretization)는 연속 시간 상태 방정식을 이산 시간 상태 방정식으로 변환하는 과정을 의미합니다.     * **x**(*t*)는 시간 *t*에서의 상태 벡터입니다. * **u**(*t*)는 시간 *t*에서의 입력 벡터입니다. * **A**와 **B**는 상수 행렬입니다.   이제 이를 이산화하여 이산 시간 상태 방정식을 얻을 수 있습니다. 가장 일반적인 이산화 방법 중 하나는 샘플링(Sampling)을 사용하는 것입니다. 주어진 시간 간격 *Ts*​마다 연속 시간 상태를 이산화합니다. 이 경우, 이산 시간 상태 방정식은 다음과 같이 주어집니다.     * **x**[*n*]는 시간 *n*에서의 이산 시간 상태 벡터입니다. * **u**[*n*]는 시간 *n*에서의 이산 시간 입력 벡터입니다. | |
| 질문 내용 | 1. **Hamming 방법이 Adams-Bashforth-Moulton 방법보다 더 적합한 경우가 있나요? 두 방법의 차이에 대해서는 이해했는데 경우에 따른 방법 선택의 기준이 무엇인가요?** | |